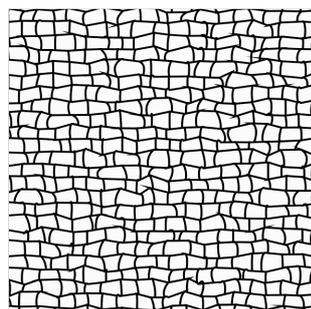
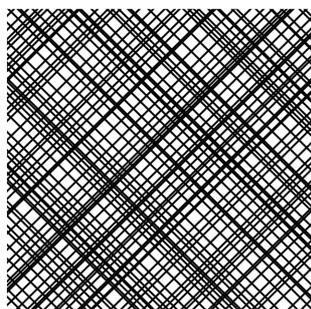
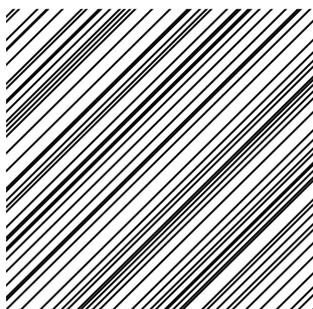
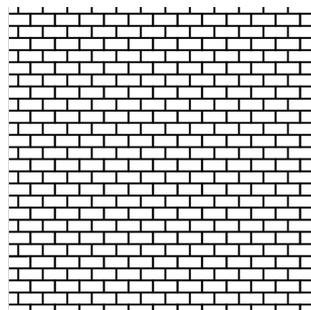
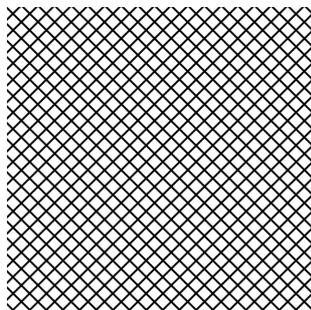
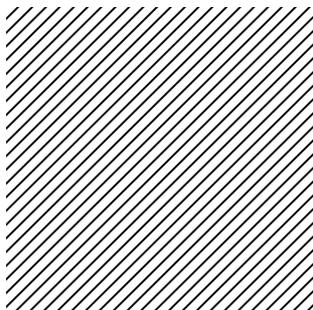


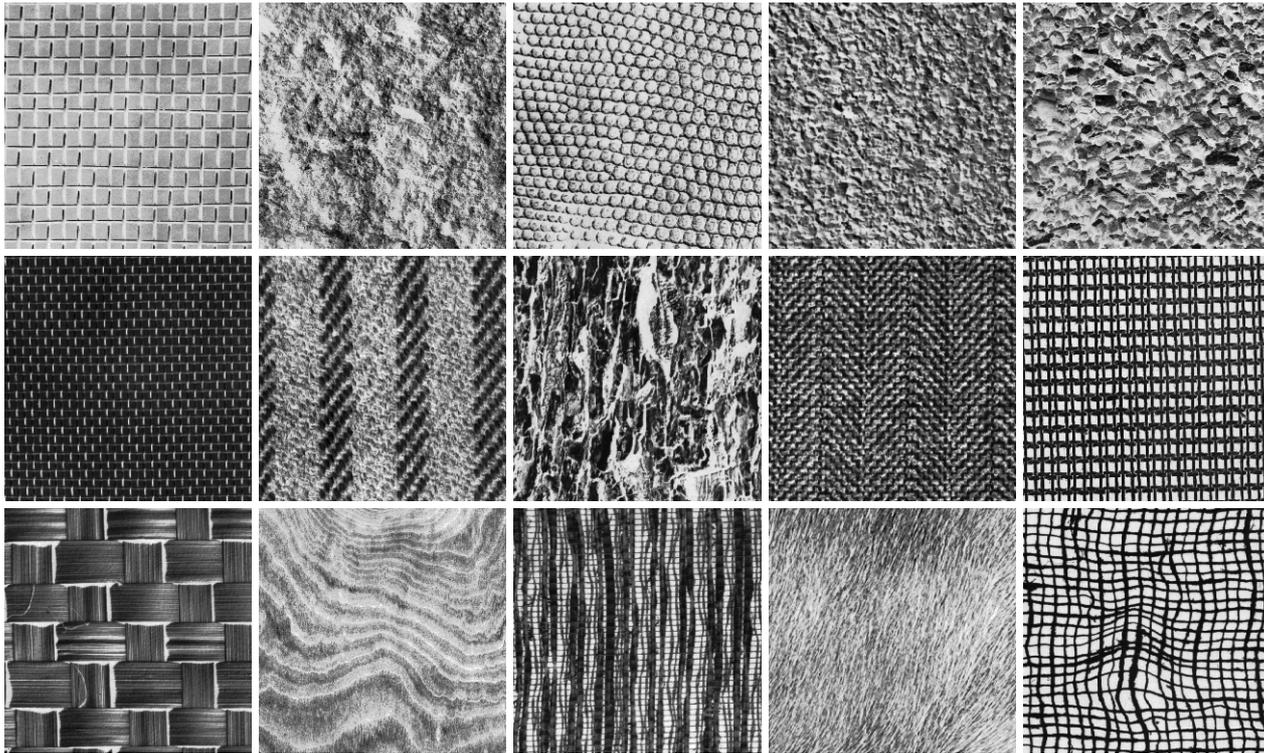
13. Texturanalyse

13. Texturanalyse

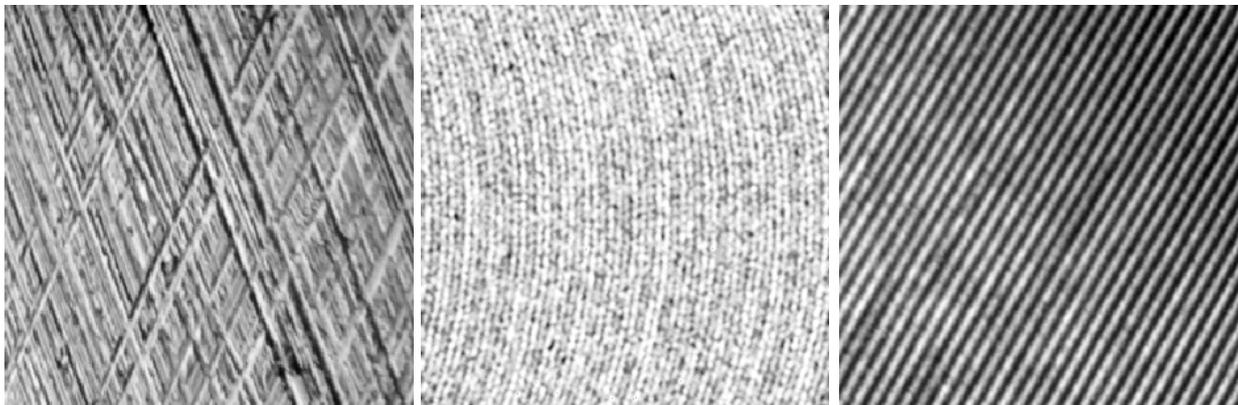
- **Textur:** Zweidimensional ausgeprägte Struktur mit einer gewissen deterministischen oder statistischen Regelmäßigkeit
- Es existiert keine exakte Definition für den Begriff Textur



Beispiele für Texturen (Quelle: Brodatz)



Beispiele für Texturen: Spanend bearbeitete Oberflächen



Hontextur

Frästextur

Stoßtextur

13.1.1 Struktureller Texturtyp

- Elementarmuster $q(\mathbf{x})$ (**Texel**, Textonen, Texturprimitive)
- festes örtliches Anordnungsschema
→ deterministische Texturbeschreibung
- Signalmodell für örtlich homogene strukturelle Textur $t(\mathbf{x})$:

$$t(\mathbf{x}) = q(\mathbf{x}) ** \sum_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2} \delta(\mathbf{x} - k \mathbf{a}_1 - l \mathbf{a}_2) = \sum_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2} q(\mathbf{x} - k \mathbf{a}_1 - l \mathbf{a}_2) \quad (*)$$

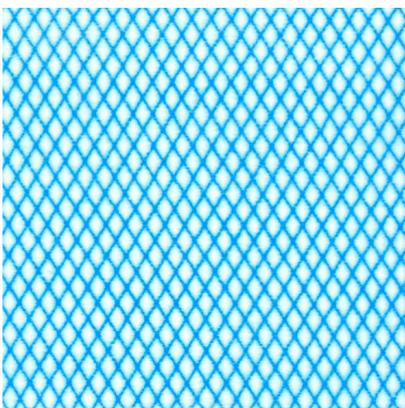
$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$: Gittervektoren des Anordnungsschemas mit $\text{span}\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2\} = \mathbb{R}^2$

$\text{supp}\{q(\mathbf{x} - k\mathbf{a}_1 - l\mathbf{a}_2)\} \cap \text{supp}\{q(\mathbf{x} - i\mathbf{a}_1 - j\mathbf{a}_2)\} = \emptyset$ für $(k,l) \neq (i,j)$
damit lineares Modell (*) sinnvoll: Texel überlappen nicht

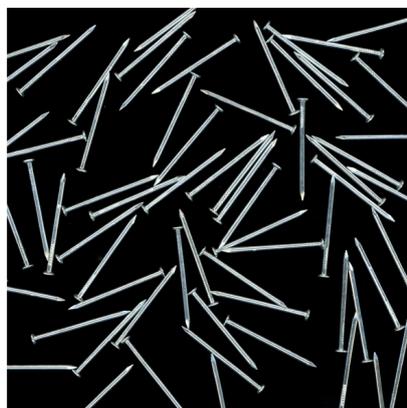
- **Beispiele:** Kristallgitter, präzise gefertigte 2D-Strukturen...
- Hierarchische Texturen: Texel selbst wiederum texturiert (Makro- und Mikrotextur)

13.1.2 Struktureller-statistischer Texturtyp

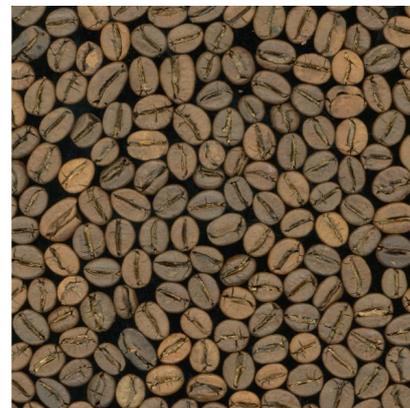
- Texel $q(\mathbf{x})$ und Anordnungsschema $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2\}$ unterliegen stochastischen Variationen
- **Beispiele:** Mikroskopische Bilder von Zellkulturen, Riefentexturen, Textilstrukturen...



Bedruckter Textilstoff
(strukturell)



Nägel (Anordnungs-
schema stochastisch)



(Texel und Anordnungs-
schema stochastisch)

13.1.3 Statistischer Texturtyp

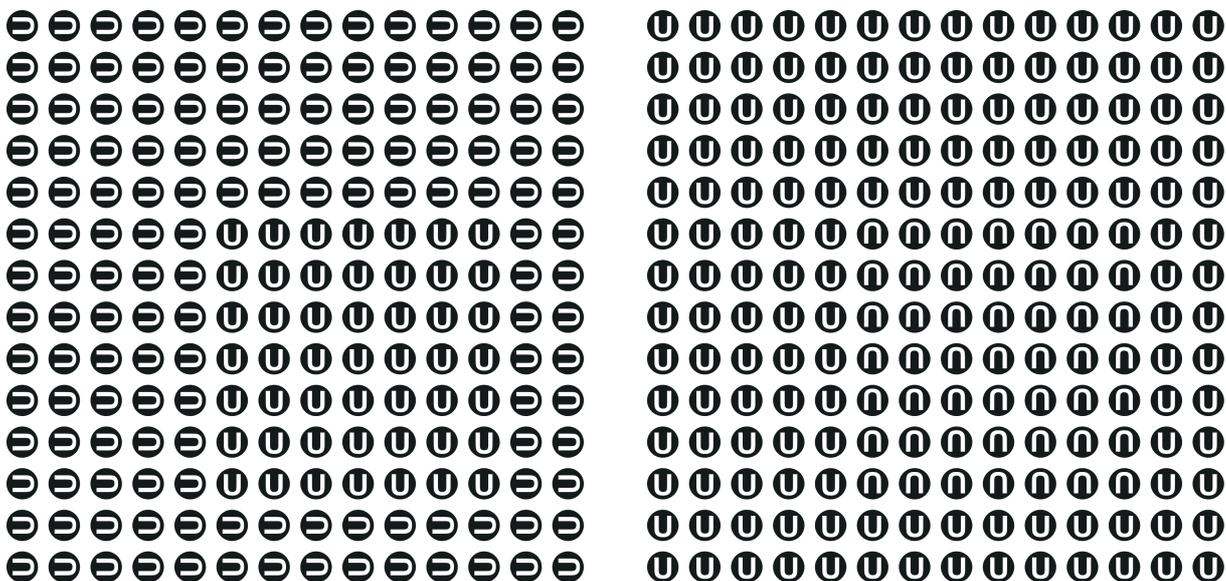
- Textur als Musterfunktion eines Zufallsprozesses, Beschreibung durch Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen:

$$f_t(t(x_1), t(x_2), \dots, t(x_n)) \quad \text{für alle } (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ und alle } n \in \mathbb{N}$$

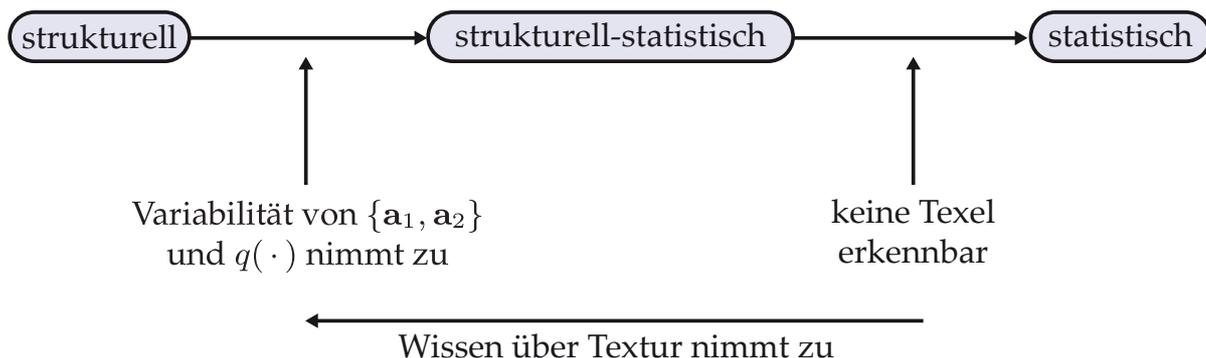
- Visuelles Wahrnehmungssystem des Menschen:
 - Besonders empfindlich für Unterschiede in Statistik 1. und 2. Ordnung, d. h. für $n = 1$ und 2 (Julesz 1975)
 - relativ unempfindlich für Unterschiede in Statistiken höherer Ordnung
- Zur Beschreibung statistischer Texturen beschränkt man sich meist auf $n = 1$ und 2 sowie zugehörige Momente (Mittelwert, Varianz, AKF)
- **Beispiele:** natürliche Topographien, Raufasertapete...
- Technischen und natürlichen Texturen sind stochastische Fluktuationen meist inhärent → praktisch relevant vor allem struktureller-statistischer und statistischer Texturtyp

13.1 Texturtypen

Beispiel 13.1: Wahrnehmbarkeit von Texturunterschieden



- Grenze zwischen Texturtypen fließend:



- Je mehr Wissen über eine Textur vorliegt, desto weiter „links“ kann und sollte die Modellierung angesetzt werden, um zu einer möglichst aussagekräftigen Texturbeschreibung zu gelangen

13.2 Sichtprüfungsaufgaben bezüglich Texturen

- **Texturklassifikation:** Erkennung der vorliegenden Textur, Unterscheidung zwischen verschiedenen Texturen
- **Textursegmentierung:** Zerlegung des Bildes in zusammenhängende Bereiche unterschiedlicher Texturen
- **Textursepation:** Trennung von Texturkomponenten und Bildhintergrund (d. h. nicht texturartige Bildbestandteile)
- **Schätzung von Texturparametern** (z. B. Intensitäten, Winkel...)
- **Defektdetektion:** Detektion von signifikanten Abweichungen von der Regelmäßigkeit der Textur

13.3.3 Autoregressive Modelle zur Analyse statistischer Texturen

- **AR-Modell** beschreibt den Bildwert g_{mn} an einem Ort (m,n) mittels einer Linearkombination der Bildwerte aus der Nachbarschaft dieses Ortes:

$$g_{mn} = \sum_{(k,l) \in \mathcal{U}} a_{kl} g_{m-k,n-l} + e_{mn}$$

Zahl der Elemente von \mathcal{U} : Ordnung des AR-Modells

g_{mn} : schwach stationär, $E\{g_{mn}\} = 0$

e_{mn} : schwach stationär, weißes Rauschen

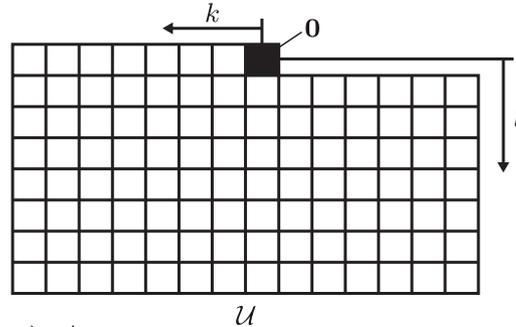
$$E\{e_{mn}\} = 0$$

$$E\{e_{mn} e_{m+i,n+j}\} = \sigma^2 \delta_i^0 \delta_j^0$$

a_{kl} : AR-Koeffizienten

\mathcal{U} : „kausale“ Umgebung des Ursprungs $(0,0) \notin \mathcal{U}$

→ rekursive Auswertbarkeit



13.3 Modellbasierte Texturanalyse

- AR-Modell lässt sich vektoriell schreiben:

$$g_{mn} = \mathbf{a}^T \boldsymbol{\gamma}_{mn} + e_{mn}$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{mn} := (\dots, g_{m-k,n-l}, \dots)^T \in \mathbb{R}^{|\mathcal{U}|}, \quad (k,l) \in \mathcal{U}$$

$$\mathbf{a} := (\dots, a_{kl}, \dots)^T \in \mathbb{R}^{|\mathcal{U}|}$$

- Modellierung einer gegebenen Textur g_{mn} mit den Parametern \mathbf{a} und σ^2

Texturmerkmale
verkörpern \approx die Textur

Parameterschätzung

- $\mathbf{a}^T \boldsymbol{\gamma}_{mn}$ sagt (prädiziert) aus „Vergangenheitswerten“ $g_{m-k,n-l}$, $(k,l) \in \mathcal{U}$, den aktuellen Wert g_{mn} vorher
- AR-Modell ist optimal angepasst, wenn der Vorhersagefehler $g_{mn} - \mathbf{a}^T \boldsymbol{\gamma}_{mn} = e_{mn}$ minimale Varianz hat

- Zur Parameteroptimierung fordert man:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E\{e_{mn}^2\} = E\{g_{mn}^2 - 2\mathbf{a}^T \gamma_{mn} \mathbf{g}_{mn} + \mathbf{a}^T \gamma_{mn} \mathbf{a}^T \gamma_{mn}\} \\ &= E\{g_{mn}^2\} - 2\mathbf{a}^T E\{\gamma_{mn} \mathbf{g}_{mn}\} + \mathbf{a}^T E\{\gamma_{mn} \gamma_{mn}^T\} \mathbf{a} \rightarrow \text{Min.} \quad (*) \end{aligned}$$

- Notwendig:

$$\text{grad}_{\mathbf{a}} E\{e_{mn}^2\} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow -2E\{\gamma_{mn} \mathbf{g}_{mn}\} + 2E\{\gamma_{mn} \gamma_{mn}^T\} \mathbf{a} = 0$$

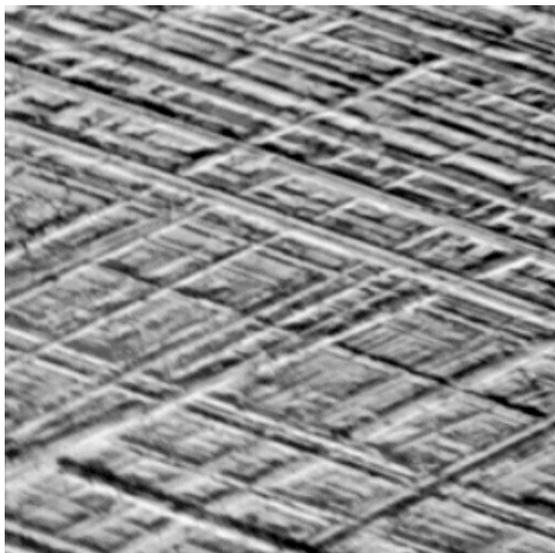
$$\Leftrightarrow \mathbf{a} = \left(\underbrace{E\{\gamma_{mn} \gamma_{mn}^T\}}_{\approx \frac{1}{K} \sum_{m,n} \gamma_{mn} \gamma_{mn}^T} \right)^{-1} \underbrace{E\{\gamma_{mn} \mathbf{g}_{mn}\}}_{\approx \frac{1}{K} \sum_{m,n} \gamma_{mn} \mathbf{g}_{mn}}$$

Bei Ergodizität: Schätzung der Kovarianzmatrizen durch örtliche Mittelung

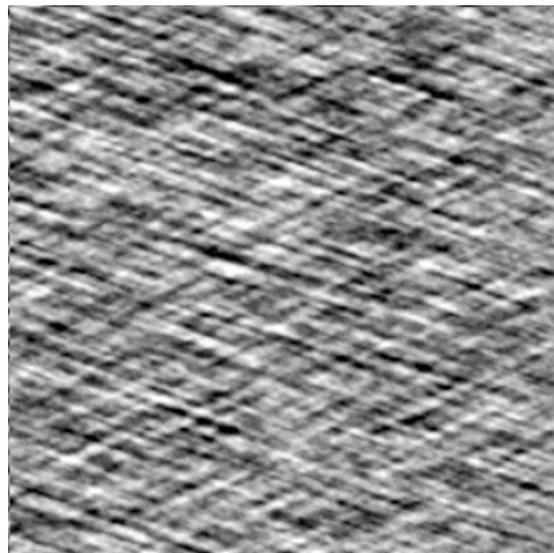
über möglichst großen Bereich mitteln

- Schätzung von σ durch Einsetzen von $\hat{\mathbf{a}}$ und $E\{g_{mn}^2\} \approx \frac{1}{K} \sum_{m,n} g_{mn}^2$ in (*)

Beispiel 13.6: AR-Modell einer Hontextur



Original



Synthese mit AR-Modell der Ordnung 84 (85 Parameter)